Приднестровский Государственный Университет  
им Т.Г. Шевченко

Кафедра прикладной математики и информатики

###### Индивидуальные задания

###### по прикладной статистике

Вариант №7

Выполнил:

студент 503гр. ФМФ

Соловенко В.Г.

Проверила:

кандидат наук, доцент Леонова Н.Г.

Тирасполь 2017 г.

**Задание 1.1**

При оценке свойств сахарной свеклы было обследовано проб и получены следующе значения содержания сахара .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |  |
| 15,1 | 15,5 | 14,3 | 16,6 | 16,2 | 16,1 | 15,4 | 14,9 | 15,5 | 9 | 0,95 |

Требуется:

1. Определить выборочную среднюю , выборочную и исправленную дисперсии.
2. Полагая, что распределение признака описывается законом нормального распределения найдите доверительный интервал для среднего содержания сахара в обследуемой партии свеклы на уровне заданной надежности .

**Решение:**

1. Определим выборочную среднюю , выборочную и исправленную дисперсии.

Вспомогательные расчеты проведем в таблице.

Выборочная средняя:

Выборочная дисперсия:

Исправленная дисперсия:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 15.1 | 1 | 15.1 | -0.41 | 0.1701563 | 0.17015625 |
| 2 | 15.5 | 2 | 15.5 | -0.01 | 0.0001563 | 0.0003125 |
| 3 | 14.3 | 1 | 14.3 | -1.21 | 1.4701563 | 1.47015625 |
| 4 | 16.6 | 1 | 16.6 | 1.09 | 1.1826563 | 1.18265625 |
| 5 | 16.2 | 1 | 16.2 | 0.69 | 0.4726562 | 0.47265625 |
| 6 | 16.1 | 1 | 16.1 | 0.59 | 0.3451562 | 0.34515625 |
| 7 | 15.4 | 1 | 15.4 | -0.11 | 0.0126563 | 0.01265625 |
| 8 | 14.9 | 1 | 14.9 | -0.61 | 0.3751563 | 0.37515625 |
|  | 139.6 | 9 | 139.6 |  | 4.02875 | 4.02875 |
|  | 15.51 |  | 15.51 |  | 0.4476 | 0.4476 |

1. Полагая, что распределение признака , описывается нормальным законом распределения, найдем доверительный интервал для среднего содержания сахара в обследуемой партии сахарной свеклы на уровне заданной надежности . Доверительный интервал найдем по формуле:

По таблице, по заданным и находим =2.31

Итак, и доверительный интервал

Ответ: Выборочная средняя ; выборочная дисперсия ; исправленная дисперсия .

С надежностью 0,95 среднее содержание сахара в обследуемой партии сахарной свеклы заключено в доверительном интервале .

**Задание 1.2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| **масса** | 47 | 28 | 62 | 61 | 46 | 52 | 72 | 53 | 67 | 56 | 34 | 54 | 64 | 46 | 71 | 57 | 41 | 38 | 55 | 42 | 67 | 49 | 44 | 31 |

Для оценки средней загрязнённости сточных вод было взято 24 пробы по 1 литру и получено следующие статистические данные о содержании вредных примесей (в мг):

а) представить эти данные в виде интервального ряда с шагом в 10 мг и построить гистограмму относительных частот.

б) На основании этих данных дать интервальную оценку средней массы примесей с доверительной вероятностью 0,95 (считать, что примеси распределены практически нормально)

**Решение:**

Представим эти данные в виде статистического ряда распределения с шагом 10 миллиграмм. За середины интервалов возьмем значения 20, 30, …

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Частичные  интервалы | 5-15 | 15-25 | 25-35 | 35-45 | 45-55 | 55-65 | 65-75 | 75-85 |
| Центр | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Попавшие варианты |  |  | 28, 34, 31 | 41, 38, 42, 44 | 47, 46, 52, 53, 54, 46, 49 | 62, 61, 64 , 57, 55, 55 | 72, 67, 71, 67 |  |
| Количество наблюдений ( | 0 | 0 | 3 | 4 | 7 | 6 | 4 | 0 |
| Частота попаданий () | 0 | 0 | 0.3 | 0.4 | 0.7 | 0.6 | 0.4 | 0 |

Найдем высоты столбцов гистограммы по формуле , где – частота попадания в интервал длиной (у нас все интервалы имеют длину 10). Строим гистограмму частот:

Найдем среднее значение выборки:

Среднее значение квадрата:

Дисперсия:

Среднее квадратичное отклонение:

Исправленное среднее квадратичное отклонение:

Исправленное среднее квадратичное отклонение средней выборочной:

Коэффициент Стьюдента:

Полуширина доверительного интервала:

**Ответ:** доверительный интервал среднего значения 5.38 (мг/л).

**Задание 1.3**

1. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней равна 0.7 если известно, что среднее квадратичное отклонение равно 7+1.5 генеральной совокупности.
2. Выборка из большой партии электроламп содержит 200 + 7 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 + 7 часам. Найти с надежностью 0.99 доверительный интервал для средней продолжительности горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратичное отклонение продолжительности горения 50 + 7 часов. Предполагается что продолжительность горения ламп распределена нормально.

**Решение**

1. Точность оценки , отсюда .

Среднеквадратичное отклонение

Точность оценки

1. Продолжительность горения ламп распределена по нормальному закону

Итак, с надежностью 99% можно утверждать, что неизвестный параметр покрывается интервалом , т.е.

**Задание 2.1**

Случайная величина *Х* – отклонение контролируемого размера изделия от номинала . Приведено эмпирическое распределение отклонений 200 изделий: в первой строке указано отклонение (мм), во второй строке приведена частота – количество изделий, имеющих отклонение:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 3+N | 5+N | 7+N | 9+N | 11+N | 13+N | 15+N | 17+N | 19+N | 21+N | 23+N |
| *ni* | 6 | 9 | 26 | 25 | 30 | 26 | 21 | 24 | 20 | 8 | 5 |

а) Найти методом моментов точечные оценки неизвестных параметров, *а* и *σ* нормального распределения.

б) Найти: , , , используя условные варианты.

**Решение**

**а)** Т.к. требуется оценить два параметра. То можно приравнять моменты первого и второго порядков. Приравняем начальные моменты первого порядка и центральные моменты второго порядка:



Итак, 

Таким образом, нужно вычислить среднюю выборочную и выборочную дисперсию. Составим расчетную таблицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 10 | 6 | 60 | 600 |
| 12 | 9 | 108 | 1296 |
| 14 | 26 | 364 | 5096 |
| 16 | 25 | 400 | 6400 |
| 18 | 30 | 540 | 9720 |
| 20 | 26 | 520 | 10400 |
| 22 | 21 | 462 | 10164 |
| 24 | 24 | 576 | 13824 |
| 26 | 20 | 520 | 13520 |
| 28 | 8 | 224 | 6272 |
| 30 | 5 | 150 | 4500 |
|  | **200** | **3924** | **81792** |

**б)** Выберем в качество ложного нуля *С* = *х*5 = 18 (с наибольшей частотой), *h* = 10 – 12 = 2, тогда

Составим расчетную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | *ni* | *Ui* | *niUi* |  | *ni*(*Ui* + 1)2 |
| 10 | 6 | -4 | -24 | 96 | 54 |
| 12 | 9 | -3 | -27 | 81 | 36 |
| 14 | 26 | -2 | -52 | 104 | 26 |
| 16 | 25 | -1 | -25 | 25 | 0 |
| 18 | 30 | 0 | 0 | 0 | 30 |
| 20 | 26 | 1 | 26 | 26 | 104 |
| 22 | 21 | 2 | 42 | 84 | 189 |
| 24 | 24 | 3 | 72 | 216 | 384 |
| 26 | 20 | 4 | 80 | 320 | 500 |
| 28 | 8 | 5 | 40 | 200 | 288 |
| 30 | 5 | 6 | 30 | 180 | 245 |
|  | *n* = 200 | 162 | = 1332 |  |  |

Контроль: 

1865 = 1332 + 2·162 + 200; 1856 = 1856

Вычисляем искомые величины:



***Задание 2.2***

С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской одежды проведено выборочное обследование определённых половозрастных групп детского населения и получено следующее распределение количества детей по величине обхвата груди .

Требуется:

1. Построить гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака .
2. Определить выборочную среднюю, выборочную и исправленные дисперсии.
3. Используя полученные результаты и полагая, что распределение признака подчинено нормальному закону, найдите:
4. доверительный интервал для ожидаемого среднего значения обхвата груди на уровне надёжности;
5. вероятность того, что величина признака у выбранного наугад из данной группы ребёнка окажется в пределах от до см.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Обхват  Груди  , см | 56-58 | 59-61 | 62-64 | 65-67 | 68-70 | 71-73 | 74-76 | 77-79 | Итого |
| Кол-во  детей |  | 33 | 54 | 66 | 55 | 30 | 12 |  | 250 |

**Решение**

1. Построим гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака *X*. Для этого перейдём к частичным интервалам, разбив весь промежуток (56, 79) на 8 промежутков равной длины . Для каждого из них найдём значения плотности относительных частот  (*i* =1,2,…,*n*). Расчеты проводим в следующей таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Частичный интервал | Сумма частот | Относительная частота | Плотность относительной частоты |
| 1 | 56-58,875 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 58,875-61,75 | 33 | 0,132 | 0,045913 |
| 3 | 61,75-64,625 | 54 | 0,216 | 0,0751304 |
| 4 | 64,625-67,5 | 66 | 0,264 | 0,0918261 |
| 5 | 67,5-70,375 | 55 | 0,22 | 0,0765217 |
| 6 | 70,375-73,25 | 30 | 0,12 | 0,0417391 |
| 7 | 73,25-76,125 | 12 | 0,048 | 0,0166957 |
| 8 | 76,125-79 | 0 | 0 | 0 |
|  |  | 250 |  |  |

Построим гистограмму относительных частот:

2. Определим выборочную среднюю, выборочную и исправленную дисперсии. Для упрощения расчетов перейдём к условным вариантам , где – середина *i*-го интервала, *C* = 203 – ложный нуль (варианта с наибольшей частотой), *h* = 3 – шаг, т.е. разность между любыми

двумя соседними первоначальными вариантами. Расчеты проводим в следующей таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Интервал |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 56-58,875 | 57,4375 | 0 | -3 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 58,875-61,75 | 60,3125 | 33 | -2 | -66 | 132 | 33 |
| 3 | 61,75-64,625 | 63,1875 | 54 | -1 | -54 | 54 | 0 |
| 4 | 64,625-67,5 | 66,0625 | 66 | 0 | 0 | 0 | 66 |
| 5 | 67,5-70,375 | 68,9375 | 55 | 1 | 55 | 55 | 220 |
| 6 | 70,375-73,25 | 71,8125 | 30 | 2 | 60 | 120 | 270 |
| 7 | 73,25-76,125 | 74,6875 | 12 | 3 | 36 | 108 | 192 |
| 8 | 76,125-79 | 77,5625 | 0 | 4 | 0 | 0 | 0 |
|  |  |  | **250** |  | **31** | **469** | **781** |

Проверим правильность выполненных расчетов: .

469+2∙31+250=781; 781=781. Вычисления произведены правильно.

Вычислим условные моменты первого и второго порядков:

Вычислим искомые выборочную среднюю и выборочную дисперсию:

Исправленная дисперсия

3. Используя полученные результаты и полагая, что распределение признака *X* подчинено нормальному закону, найдём:

а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения заработной платы на уровне надежности γ = 0,999. Так как среднее квадратичное отклонение не известно, то используем формулу:

, где . по таблице по заданным , находим .

Итак, и доверительный интервал

б) вероятность того, что величина признака *X* у выбранного наугад из данной группы окажется в пределах от 63 см до 69 см, найдем по формуле:

, где , , .

0,2324+0,2939=0,5263

**Ответ**: Выборочная средняя; выборочная дисперсия исправленная дисперсия.

С надёжностью 0,999 среднее значение *а* величины обхвата груди ребенка заключено в доверительном интервале < *а* < .

Вероятность того, что величина признака *X* у выбранного наугад из данной группы ребенка окажется в пределах от 63 см. до 69 см, равна 0,53.